

Simulare **Matematică** *Bacalaureat*

M2 Științe ale naturii

TEST 1

Subiectul I

1. Să se calculeze $\log_4 12 + \log_4 3 - \log_4 72$.
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2a - 1)x + 5$. Să se determine valorile parametrului real a pentru care funcția f este strict crescătoare.
3. Să se determine mulțimea soluțiilor ecuației $2^{x^2+1} = 4$.
4. Fie mulțimea $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Să se determine numărul submulțimilor cu trei elemente din care cel puțin un element să fie par.
5. În sistemul cartezian xOy se dau punctele $A(-3; 2)$ și $B(2; 3)$. Să se calculeze distanța dintre origine și mijlocul segmentului AB .
6. În triunghiul ABC se cunosc $AB = 6$, $BC = 8$ și $\cos(\widehat{ABC}) = -\frac{4}{5}$. Să se calculeze aria triunghiului ABC .

Subiectul al II-lea

1. Fie matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 2x-1 & 3 \\ -1 & 2x+3 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
 - a) Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\det(A(x)) = 0$.
 - b) Pentru $x = 1$ să se calculeze $B = A^2(x) + A(x) - 3xI_3$.
 - c) Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea $C = A(x) - A(2x)$ să fie inversabilă.
2. Fie punctele $A(3; -2)$, $B(-1; 1)$ și $C(4; m+1)$, unde m este număr real.
 - a) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele A , B și C să fie coliniare.
 - b) Pentru $m = 2$ să se scrie ecuația medianei din A a triunghiului ABC .
 - c) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că aria triunghiului ABC este egală cu 2.

1. Fie funcția $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$.

- Să se verifice dacă există asimptotă spre ∞ la graficul funcției.
- Să se rezolve inecuația $\frac{f(x) - x}{2x - 4} \leq 0$.
- Să se arate ca ecuația $f(x) = 7$ are cel puțin o soluție în intervalul $(4; 16)$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - x - 4}{x^2 + 3x + 2}, & x < -1 \\ -7, & x = -1 \\ \frac{\ln(x + 2)}{2x + 2} + m, & x > -1 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}$, $m \geq 0$.

- Să se determine $m \in \mathbb{R}$, $m \geq 0$ astfel încât funcția să fie continuă pe \mathbb{R} .
- Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- Pentru $m = 1$ să se determine ecuația asimptotei orizontale spre ∞ .

TEST 2

Subiectul I

1. Să se arate că numărul $n = (\sqrt{2} + 1)^2 - 2(\sqrt{2} + 1)$ este număr natural.
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x - m$, unde m este un parametru real. Știind că vârful parabolei asociat funcției f are coordonatele $V(2; -1)$, să se determine valoarea lui m .
3. Să se determine mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\log_{x-1}(2x^2 - 1) = 1$.
4. Determinați numărul submulțimilor ordonate cu două elemente ce se pot forma cu elementele mulțimii $\{2; 3; 4; 5; 6\}$.
5. În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2; 4)$ și $B(4; 2)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului AB .
6. Fie $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$ și $\sin \alpha = \frac{12}{13}$. Să se calculeze valoarea lui $\cos \alpha$.

Subiectul al II-lea

1. În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(1; 1)$, $B(-2; 3)$, $C(1; -2)$ și $D(x; x + 1)$, cu x număr real.
 - a) Să se scrie ecuația dreptei AB .
 - b) Să se determine distanța de la punctul C la dreapta AB .
 - c) Să se determine valoarea numărului real x pentru care aria triunghiului ABD este egală cu 2.
2. Se consideră matricea $M(a; b) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & 1 \\ a^2 & b^2 & 1 \end{pmatrix}$, cu a, b numere reale.
 - a) Să se arate că $\det(M(-2; -1)) = 6$.
 - b) Să se arate că $\det(M(a; b)) = (b - a)(b - 1)(a - 1)$, pentru oricare numere reale a și b .
 - c) Să se determine perechile de numere întregi $(m; n)$ pentru care $\det(M(m; n)) = 2$.

1. Se consideră funcția $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + \sin 3x}{x}, & x < 0 \\ x + a, & x \geq 0 \end{cases}$.

a) Să se calculeze $\lim_{\substack{x \rightarrow 0^+ \\ x < 0}} f(x)$.

b) Să se determine valoarea numărului real a pentru care f are limită în $x = 0$.

c) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f .

2. Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$, unde D este domeniul de definiție al funcției f .

a) Să se determine mulțimea D .

b) Să se verifice dacă funcția f^2 are limită în $x = 1$.

c) Arătați că ecuația $f(x) = m$ are cel puțin o soluție reală în intervalul $(0; 1)$, pentru orice valoare negativă a numărului real m .

TEST 1

Subiectul I. 1. $-\frac{1}{2}$. 2. $a \in \left(\frac{1}{2}; \infty\right)$. 3. $\{-1; 1\}$. 4. 19. 5. $\frac{\sqrt{26}}{2}$. 6. 14.4.

Subiectul al II-lea

1. a) $x \in \{-1; 0\}$. b) $B = \begin{pmatrix} -2 & 11 \\ -7 & 26 \end{pmatrix}$. c) $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

2. a) $m = -\frac{15}{4}$. b) AM: $8x + 3y - 18 = 0$. c) $m \in \left\{-\frac{19}{4}; -\frac{11}{4}\right\}$.

Subiectul al III-lea

1. a) nu există asimptotă spre infinit. b) $S = (2; \infty)$.

c) $f(4) - 7 = -\frac{13}{3} < 0$; $f(16) - 7 = \frac{29}{5} > 0$; $f(x) - 7$ continuă pe intervalul $(4; 16)$. Atunci există cel puțin o soluție în acest interval.

2. a) $m = -\frac{15}{2}$. b) 3. c) $y = 1$.

TEST 2

Subiectul I. 1. 1. 2. -3. 3. mulțimea vidă. 4. 20. 5. $y = 3x$. 6. $-\frac{5}{13}$.

Subiectul al II-lea

1. a) AB: $2x + 3y - 5 = 0$. b) $\frac{9\sqrt{13}}{13}$. c) $x \in \left\{-\frac{2}{5}; \frac{6}{5}\right\}$.

2. a) 6. b) se scade coloana 3 din prima și respectiv a doua coloană.

c) $(m; n) \in \{(2; 3); (-1; 0); (2; 0)\}$.

Subiectul al III-lea

1. a) 4. b) $a = 4$. c) $y = 0$.

2. a) $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. b) limita la stânga în 1 este egală cu limita la dreapta în 1 egală cu infinit. Atunci f are limită în 1 și aceasta este infinit.

c) $f(0) - m = -m > 0$ (deoarece $m < 0$); $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} (f(x) - m) = -\infty < 0$. Deoarece $f(x) - m$

este o funcție continuă pe intervalul $(0; 1)$, atunci ecuația $f(x) = m$ are cel puțin o soluție reală în intervalul $(0; 1)$.

TEST 3

Subiectul I. 1. $\frac{3}{5}$. 2. 3. 3. 0. 4. 4. 5. $AB = 5$. 6. $-\frac{15}{16}$.

Subiectul al II-lea

1. a) $A(2)A(-3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. c) $\det B = 100^3$.